

偏平殻の特性に及ぼす曲率の影響に関する研究

著者	伊藤 敬一
号	554
発行年	1975
URL	http://hdl.handle.net/10097/9290

氏 名	い伊	とう藤	けい敬	いち一
授 与 学 位	工	学	博	士
学位授与年月日	昭和 5 1 年 3 月 2 5 日			
学位授与の根拠法規	学位規則第 5 条第 1 項			
研究科，専攻の名称	東北大学大学院工学研究科 建築学専攻（博士課程）			
学 位 論 文 題 目	偏平殻の特性に及ぼす曲率の影響に関する研究			
指 導 教 官	東北大学教授 和泉 正哲			
論 文 審 査 委 員	東北大学教授 和泉 正哲	東北大学教授 志賀 敏男		
	東北大学教授 内山 和夫	東北大学教授 佐武 正雄		

論 文 内 容 要 旨

1. は じ め に

偏平推動殻は、矩形平面を有する建築物の屋根としてしばしば用いられている。その設計に際し、内外空間の形態に対する検討の過程で種々の形状をもつ推動殻が同時にとり上げられ、それらの間の比較検討が行われることが多いことより、形状変化に伴う変形状相互の関連を明らかにすることが望まれている。しかしながら、従来は解析上の理由により、それぞれの形状について個別的に変形状が検討される場合が多く、それらの相互関係については不明な点が少なくない。

本論文は、2 方向の主曲率の比と、ライズと厚さの比とを形状に関するパラメータとして曲げ理論式に導入することにより、一様分布荷重を受ける正方平面をもつ偏平推動殻の変形状について、主曲率の比の大きさが 1 の E・P 殻から 0 の部分円筒殻を含み -1 の H・P 殻までの形状

の間で系統的に比較検討を行うことによって、形状変化に伴う変形状相互の関連を明らかにしようとしたものである。特に既往の研究との関連から、ここでは

面内拘束の度合いが異なる2つの境界条件（周辺ローラー支持と周辺ピン支持）のもとにおける、微小変形時の変形・応力性状に及ぼす曲率の影響とその差異および、

曲げの影響が比較的大きいと考えられる場合（周辺ローラー支持）における、有限変形時の変形・応力性状と座屈荷重値とに及ぼす曲率の影響について考察した。

2 解 析

2.1 中央面の形状

殻の形状は、中央面の方程式が直交直線座標 xyz で次のように表わせるものとした。

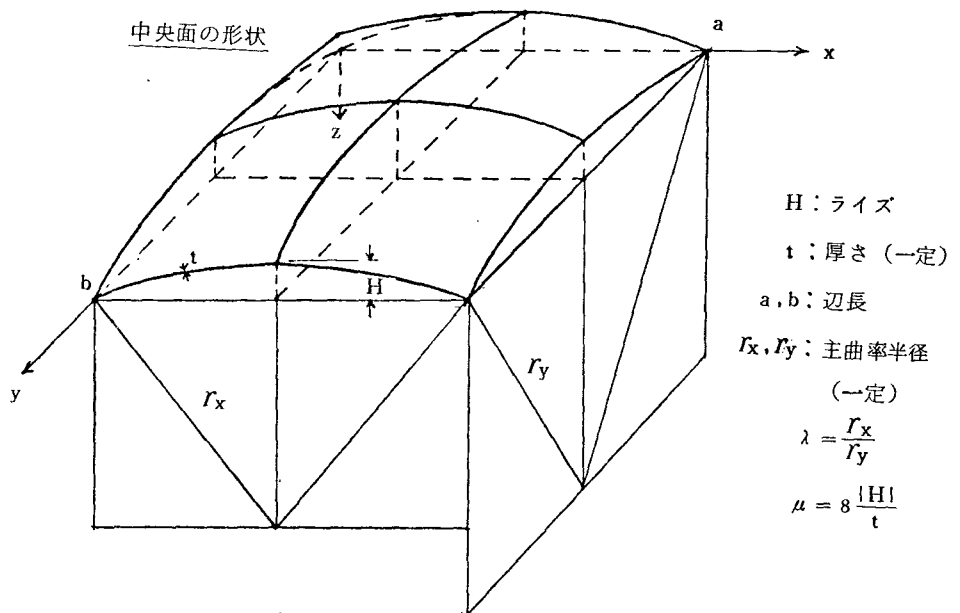
$$z = \frac{1}{2} \alpha x (x - a) + \frac{1}{2} \beta y (y - b)$$

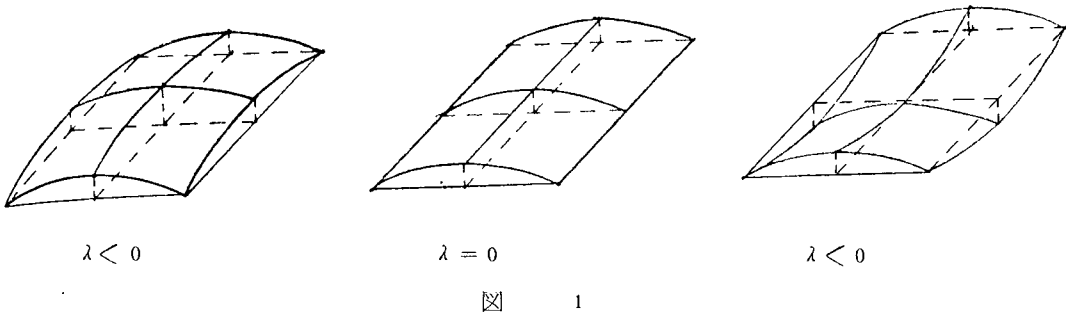
偏平条件一般全体で $(\frac{\partial z}{\partial x})^2, (\frac{\partial z}{\partial y})^2 \ll 1$ のもとでは、主軸 x, y 方向の曲率はそれぞれ α, β となる。

解析を形状について系統的に行うために、次のような形状に関するパラメータ λ, μ を導入した。

$$\lambda = \frac{\beta}{\alpha} (= \frac{r_x}{r_y}), \quad \mu = \frac{a^2}{r_{xt}}$$

λ, μ はそれぞれ曲率比パラメータ、形状パラメータと呼ぶことにし、解析は辺長比 $(= a/b)$





1として、 μ の幾つかの値のもとで、 $-1 \leq \lambda \leq 1$ の範囲の形状について行った。尚 λ 、 μ およびその他の文字の幾何学的内容は図1に示してある。

2.2 基礎式および解析法

境界値問題の解を解析的に求めるのは非常に困難であり、たとえ求め得たとしても、この解は系統的に計算を行う場合には形式上余り実用的ではないと考えられ、本解析では変分法に従って解を近似的に求めることにした。この場合、いわゆる「small finite deformation」の仮定にもとづくvlassov型のひずみ一変位、曲率および振れ率変化一変位の各関係式、およびLoveによって与えられたひずみエネルギー式をそれぞれ基礎式とした。

本解析の境界条件である周辺ローラ支持および周辺ピン支持の場合には、境界条件の扱いが容易になるように、それぞれの境界条件に応じて未知関数の種類を決めることにし、混合法および変位法によって解析を行った。特に前者の方法では、適合条件式と z 方向の釣合式とを同時にEulerの方程式とするような変分問題を考え、非線形境界値問題の簡易化をはかった。

解は、境界条件との関連が明確であり、しかも取り扱いが簡単であることにより2重フーリエ級数で表わした。

計算式は、以上のことにもとずき、それぞれの問題にGalerkin法を適用することによって、モードの振巾に関する連立代数方程式として得た。

周辺ローラ支持の場合における有限変形解析の計算式として得られた連立非線形代数方程式の数値解法としては、摂動法とNewton-Rapshon法を併用した方法を採用した。摂動法には、釣合曲線上の中立点(critical point)近傍の解を合理的に定めるために、固有値問題による座標変換を導入した。

3 結 果

解析結果はすべて無次元量で表わすことにし、たとえば次のような量を導入した。

$$w = \frac{W}{t}$$

$$\Delta = \frac{k^2}{E} \left(\frac{a}{t} \right)^4 p, \quad k^2 = 12 (1 - \nu^2)$$

2重フーリエ級数の項数は、線形解析では16項、非線形解析では8項採用した。ポアソン比 ν は一定とし、0.3とした。

3.1 線形解析結果

計算は、 $\mu = 5 \sim 200$ の範囲で行い、 $\Delta = 1$ としたときの変位と曲げモーメント、軸力等の応力の分布を2つの境界条件に分けて求めた。図2はこのうち、変形性状に及ぼす曲率の影響を典型的に示すものとして殻中央点の鉛直変位 W_0 を、それぞれの境界条件に分けて示したものである。

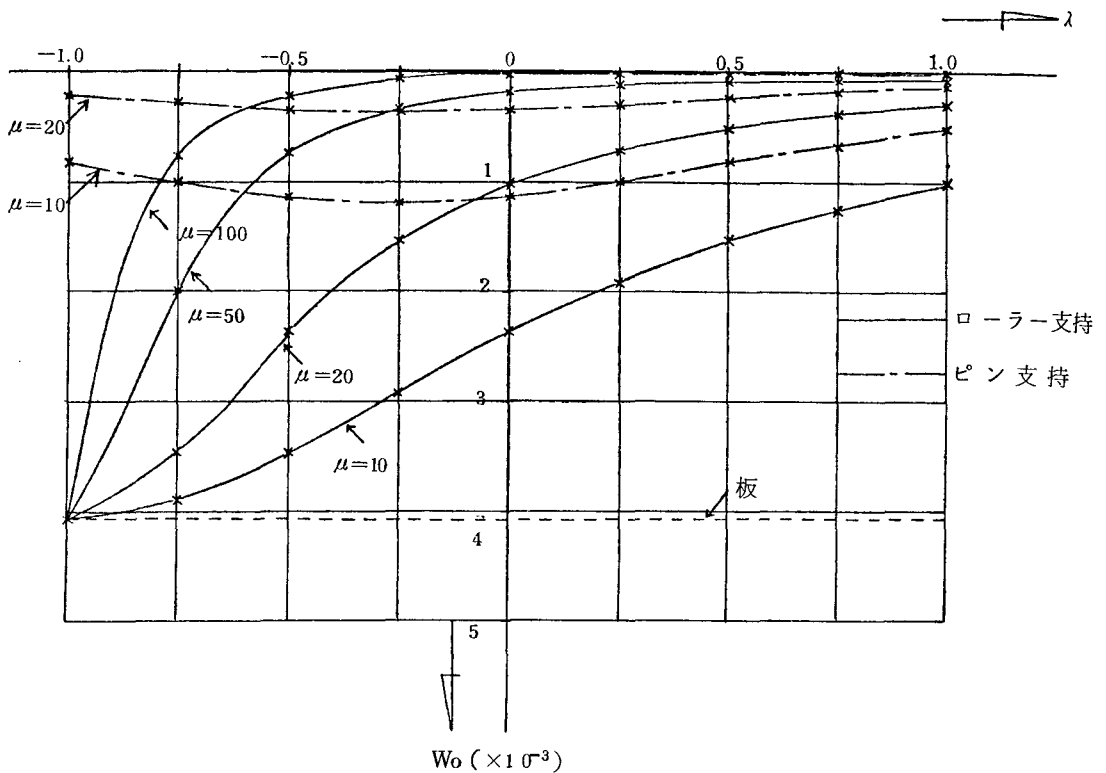


図2 曲率比パラメータ $[\lambda]$ —中央点鉛直変位 $[W_0]$

3.2 非線形解析結果

有限変形解析に先立ち、固有値解析を行った。古典的座屈荷重は、定まった境界をもつ部分殻の座屈荷重の1つの上界値とみなすことができ、従って他の特殊形状殻の場合と同様に有限変形解

図 3 荷重係数 $[\lambda]$ —平均鉛直変位 $[\bar{w}]$, $\mu = 1.0$

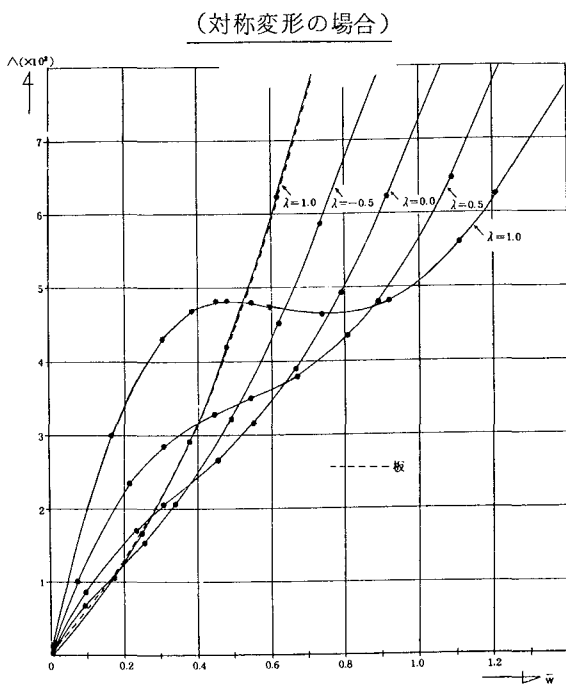


図 4 荷重係数 $[\lambda]$ —平均鉛直変位 $[\bar{w}]$, $\mu = 5.0$

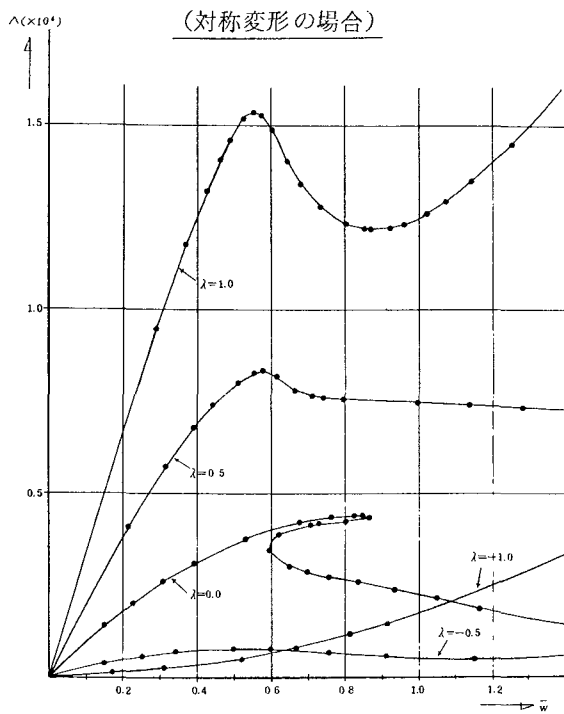


図 5 荷重係数 $[\Delta]$ —平均鉛直変位 $[\bar{w}]$, $\mu = 40$

(非対称変形の場合)

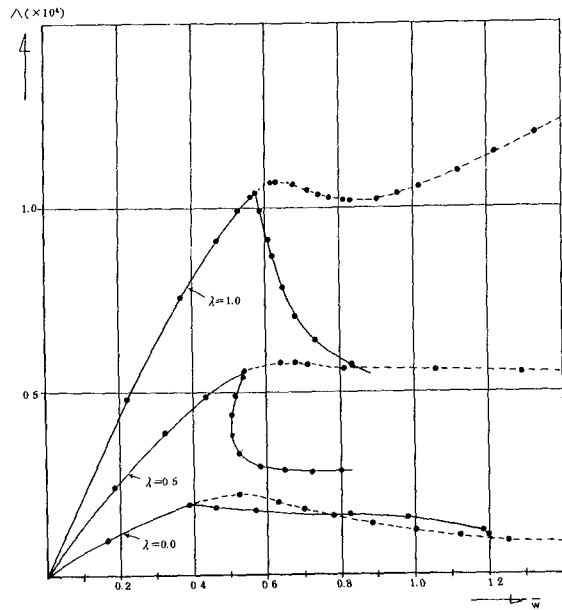


表 非線形解析による座屈荷重

1. 極値点荷重

λ	μ	10	20	30	40	50
1.0		$.4767 \times 10^3$ ($.4879 \times 10^3$)	$.2167 \times 10^4$ ($.2349 \times 10^4$)	$.6946 \times 10^4$ ($.7150 \times 10^4$)	$.1066 \times 10^5$ ($.1633 \times 10^5$)	$.1531 \times 10^5$ ($.3135 \times 10^5$)
0.5		—	$.1070 \times 10^4$ ($.1139 \times 10^4$)	$.3015 \times 10^4$ ($.3218 \times 10^4$)	$.5749 \times 10^4$ ($.7150 \times 10^4$)	$.8294 \times 10^5$ ($.1355 \times 10^6$)
0.0		—	$.4776 \times 10^4$ ($.4879 \times 10^4$)	$.1078 \times 10^4$ ($.1139 \times 10^4$)	$.2189 \times 10^4$ ($.2349 \times 10^4$)	$.4365 \times 10^4$ ($.4293 \times 10^4$)
-0.5		—	—	—	$.4816 \times 10^3$ ($.4879 \times 10^3$)	$.7371 \times 10^3$ ($.7534 \times 10^3$)
-1.0		—	—	—	—	—

注 ()の値は近似式によるものである。

2. 分岐点荷重

λ	μ	10	20	30	40	50
1.0		—	—	$.2914 \times 10^4$ ($.3008 \times 10^4$)	$.1045 \times 10^5$ ($.1520 \times 10^5$)	$.1510 \times 10^5$ ($.2874 \times 10^5$)
0.5		—	—	$.2914 \times 10^4$ ($.3008 \times 10^4$)	$.5548 \times 10^4$ ($.6094 \times 10^4$)	$.8182 \times 10^4$ ($.1088 \times 10^5$)
0.0		—	—	—	$.1959 \times 10^4$ ($.1998 \times 10^4$)	$.2838 \times 10^4$ ($.2924 \times 10^4$)
-0.5		—	—	—	—	—
-1.0		—	—	—	—	—

注 ()の値は近似式によるものである。

析による座屈荷重を評価するときの基準の値として用いた。

周辺ローラー支持の場合の有限変形解析は、解析の誤差を考慮して $\mu = 1.0 \sim 5.0$ の範囲で行った。図 3、4 および 5 は有限変形性状に及ぼす曲率の影響を典型的に示すものとして、荷重係数 μ —平均鉛直変位 \bar{w} の関係を、 $\mu = 1.0, 5.0$ のときの対称変形の場合と、 $\mu = 4.0$ のときの非対称変形の場合について示したものである。表は、有限変形解析による座屈荷重の大きさを極値点荷重と分岐点荷重とに分けて示したものである。

4 結 論

以上のような解析結果から、それぞれの場合について次のような結論が得られた。

(1) 微小変形性状について

λ が正で、しかも値が大きいところほど、周辺ローラー支持でも μ が大きくなると殻中央部では膜応力状態に近くなるが、 λ が負で、しかもその絶対値が大きいところでは、殆んど曲げ性状しか示さない。周辺をピン支持にすると、殻効果は λ が負でも顕著となり、 x, y 方向の曲率の形に特徴的な軸力が発生するようになる。このように、 λ が負で、しかもその絶対値が大きい形状をもつ殻では、境界条件の影響はきわめて大きいと言える。

(2) 周辺ローラー支持の場合の有限変形性状について

μ が大きくなるにつれて次第に座屈現象を呈する λ の範囲が増加するが、 $\lambda = -1$ の変形性状は μ の値にかかわらず板的であり座屈現象は示さない。 $\mu \leq 2.0$ の範囲では、すべての λ で非対称の分岐変形は現われず、この範囲の対称変形は、 λ の値にかかわらず、殻中央点が最大たわみ点となる同じ型を示す。又座屈後、更に変形が進むと、殻中央部では曲げモーメントと引張力によって負荷に抵抗するようになり、2次の座屈現象は生じない。

一方、 $\mu = 5.0$ の近傍では、 $0 \leq \lambda$ の場合に非対称の分岐変形が現われ、このときのモードは、それぞれの λ で対称変形の場合に見られたモードと同種の傾向を有するものとなる。又この範囲では、対称変形の場合、 λ が正で値の大きいところでの座屈変形は局部的であり、座屈後も依然として、殻中央部では曲げモーメントと圧縮力によって負荷に抵抗する。座屈荷重の大きさは、極値点および分岐点のいずれの場合にも、 λ の大きいほど大きい。又同じ λ でみるなら、 μ が大きくなるほど大きくなる。

審 査 結 果 の 要 旨

偏平推動殻は、矩形平面を有する建築物の屋根としてしばしば用いられている。その設計にあたり、内外空間の形態に対する検討の過程で種々の形状をもつ推動殻が同時にとり上げられ、それらの間の比較検討が行われることが多いので、形状変化に伴う変形状の相互の関連を明らかにすることが望まれている。しかしながら、従来は解析上の理由によりそれぞれの形状について個別的に変形状が検討される場合が多く、それらの相互関連については不明な点が少なくない。

著者は、一様分布荷重を受ける正方平面をもつ偏平推動殻の変形状について、2方向の主曲率の比とライズと厚さの比とを形状に関するパラメータとして曲げ理論式に導入することにより、ある境界条件のもとで、主曲率の比の大きさが1のE・P殻から0の部分円筒殻を含み-1のH・P殻までの形状について系統的に比較・検討を行った。すなわち、境界条件の違いによる曲率効果の差異を明らかにするために、面内方向の拘束について対照的な周辺ローラー支持と周辺ピン支持の境界条件のもとで微小変形時の変形・応力性状に及ぼす曲率の影響を比較・検討するとともに、曲げの影響が大きい場合の有限変形状に対する曲率の影響を明らかにするために、従来系統的に行われることがなかった周辺ローラー支持の場合の有限変形解析を行った。

微小変形解析の結果、特に主曲率の比が負のある範囲の推動殻においては、境界条件の影響が他と比べて大きく、また周辺ローラー支持に比してピン支持の場合は、曲率効果の差異がきわめて顕著になることが明らかにされた。有限変形解析の結果、曲率比パラメータの値に応じて変形モードが連続的に変化し、また座屈荷重の大きさも順序づけられることが明らかとなった。本論文は、これらの成果をまとめたもので全文4章より成る。

第一章は序論である。

第二章は、基礎式と解析法の検討であり、内容によって三節に分けられている。第一節では、変分法の手法に従い、基礎式を曲率比と、ライズと厚さの比とをパラメーターとして無次元量によってまとめている。第二節では、系統的な取り扱いを行うために、解を2重フーリエ級数で表わし、更に、非線形固有値の近似計算式を極値点と分岐点とについてそれぞれ与えている。第三節では、連立非線形代数方程式の数値解法として固有値問題を導入した摂動法が採用され、解法の精密化がはかられている。

第三章は、解析結果の記述であり、内容によって二節に分けられている。第一節では、線形解析結果が示され、内面の拘束の違いによって曲率の変形・応力性状に及ぼす影響が著しく異なる

ことが説明されている。第二節では、非線形解析結果が示され、座屈荷重の大きさと有限変形性状が検討されている。固有値解析では、有限変形解析によって得られる座屈荷重の一つの上界値としての古典座屈荷重が求められている。有限変形解析は、周辺ローラー支持の条件下で行われ、曲げの影響が比較的大きい場合の変形性状と座屈荷重の大きさが曲率比パラメータによって関連づけられている。第四章は結論である。

以上要するに本論文は、ある境界条件のもとで、一様分布荷重を受ける正方平面を有する偏平推動殻について、従来形状毎に行われていた解析を統一的に行うことによって、それぞれの形状の変形性状と座屈荷重の大きさを相互に関連づけ、推動殻の形状効果についての基礎的資料を与えたもので、構造力学上多くの貴重な知見を加え、建設工学の発展に寄与するところが少ない。

よって、本論文は工学博士の学位論文として合格と認める。